



Agentúra  
Ministerstva školstva SR  
pre štrukturálne fondy EÚ



**Európska únia**  
Európsky sociálny fond

# FINANČNÁ MATEMATIKA

# ZBIERKA PRÍKLADOV



ŽILINSKÝ  
samosprávny kraj  
zriaďovateľ



Obchodná akadémia  
Radlinského 1725/55  
026 01 Dolný Kubín

„Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť / Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ“

Táto publikácia bola vytvorená s podporou finančných prostriedkov zo zdrojov **Európskej únie** a štátneho rozpočtu Slovenskej republiky v rámci projektu **„Učíme inovatívne, kreatívne a hravo, učíme pre život a prax“**, ITMS kód Projektu: 26110130344. Jej cieľom je inovovať školský vzdelávací program a zároveň formy, metódy a obsah vzdelávania s dôrazom na využívanie IKT a kritického myslenia vo vyučovacom procese, a tak pripraviť absolventov Obchodnej akadémie pre potreby trhu práce vo vedomostnej spoločnosti.

Autor publikácie: Mgr. Ján Pilko

Rok vydania: 2011

Vydala Obchodná akadémia Dolný Kubín s príspevím Európskeho sociálneho fondu.

Všetky práva vyhradené. Žiadna časť tejto publikácie nesmie byť pretlačená alebo reprodukováaná, alebo využitá v žiadnej forme ani elektronickými, mechanickými či inými prostriedkami, doteraz známymi či neskôr vyvinutými, vrátane fotokópií a záznamov alebo v iných systémoch uchovávaní informácií bez predchádzajúceho písomného súhlasu vydavateľa.

# OBSAH

<b>1</b>	<b>ÚROKOVANIE</b> .....	<b>4</b>
1.1	JEDNODUCHÉ ÚROKOVANIE .....	4
1.2	DISKONT .....	5
1.3	ZLOŽENÉ ÚROKOVANIE .....	6
1.4	ZMIEŠANÉ ÚROKOVANIE .....	7
1.5	SPOJITÉ ÚROKOVANIE .....	9
<b>2</b>	<b>SPORENIE</b> .....	<b>10</b>
2.1	KRÁTKODOBÉ SPORENIE .....	10
2.2	DLHODOBÉ SPORENIE .....	11
2.3	KOMBINÁCIA KRÁTKODOBÉHO A DLHODOBÉHO SPORENIA .....	13
<b>3</b>	<b>DÔCHODKY</b> .....	<b>16</b>
3.1	BEZPROSTREDNÝ DÔCHODOK .....	16
3.2	ODLOŽENÝ DÔCHODOK .....	17
3.3	VEČNÝ DÔCHODOK .....	19
<b>4</b>	<b>ÚVERY</b> .....	<b>21</b>
4.1	SPLÁCANIE ÚVERU ROVNAKÝMI SPLÁTKAMI (KONŠTANTNÁ ANUITA) .....	21
4.2	SPLÁCANIE ÚVERU VOPRED DANOU KONŠTANTNOU ANUITOU .....	22
4.3	SPLÁCANIE ÚVERU NEROVNAKÝMI SPLÁTKAMI (KONŠTANTNÝ ÚMOR) .....	23
	<b>VZORCE</b> .....	<b>25</b>
	<b>POUŽITÁ A ODPORÚČANÁ LITERATÚRA</b> .....	<b>26</b>

# 1 ÚROKOVANIE

## 1.1 Jednoduché úrokovanie

### VZORCE

$$K_0 = \frac{K_n}{1 + i \cdot n} = \frac{u}{i \cdot n}$$

$$n = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot i} = \frac{u}{K_0 \cdot i}$$

$$i = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot n} = \frac{u}{K_0 \cdot n}$$

**Úloha** Vypočítajte veľkosť úrokov pre vklad vo výške 2500€, uložený pri úrokovej sadzbe 4% p.a. na dobu uvedenú v tabuľke podľa štandardov ACT/365, ACT/360, 30E/360.

vklad v €	dátum vkladu	dátum výberu
2500	15.2.2011	2.9.2011
2500	10.1.2011	8.3.2011
2500	16.11.2011	8.3.2012

*Riešenie:*

Riešenie uvidíme pre prehľadnosť v tabuľke

dátum vkladu	dátum výberu	počet dní		doba uloženia $n$			úrok podľa štandardov		
		ACT	30E	ACT/360	ACT/365	30E/360	ACT/360	ACT/365	30E/360
15.2.2011	2.9.2011	199	197	0,5528	0,5452	0,5472	55,28 €	54,52 €	54,72 €
10.1.2011	8.3.2011	57	58	0,1583	0,1562	0,1611	15,83 €	15,62 €	16,11 €
16.11.2011	8.3.2012	113	112	0,3139	0,3096	0,3111	31,39 €	30,96 €	31,11 €

**Príklad 1.** Vypočítajte budúcu hodnotu 3500 € uloženú od 11.02.2009 do 24.04.2009 pri úrokovej sadzbe 5,6 % p.a. v jednoduchom úrokovani:

- pri štandarde ACT/365,
- pri štandarde 30E/360.

**Príklad 2.** Kapitál v hodnote 15000 €, vložený 5.1.2011 pri 5% ročnej úrokovej miere, priniesol úrok 552,74 €. Zistite dátum vybratia vkladu pri štandarde ACT/365.

**Príklad 3.** Kapitál 12000 €, vložený 15.6.2011 a vybraný 30.11.2011, vzrástol na 12896 €. Aká veľká bola ročná úroková miera pri štandarde ACT/360?

**Príklad 4.** Banka poskytuje na vklady 6% ročný úrok. Veriteľ potrebuje o 9 mesiacov vrátiť dlžobu 5000 €. Koľko musí teraz uložiť do banky, aby mal o 9 mesiacov túto sumu?

**Príklad 5.** Súčet dvoch vkladov je 15000 €. Prvý z nich uložený pri 16% ročnej úrokovej miere na dobu 9 mesiacov, prinesie dvakrát väčší úrok ako druhý z nich pri 12% ročnej úrokovej miere na dobu 4 mesiacov. Vypočítajte ich veľkosti.

**Príklad 6.** Spoločnosť investuje 60000 € pri  $p\%$  ročnej úrokovej miere. Po 9-tich mesiacoch ich dostane naspäť a všetko ihneď vloží do banky pri  $(p - 3)\%$  ročnej úrokovej miere. Po ďalších 6-tich mesiacoch bude mať na konte 68343 €. Vypočítajte úrokovú mieru  $p$ .

**Príklad 7.** Rozhodnite, čo je výhodnejšie. Zaplatiť dnes 5000 € alebo o rok 5200 €? Uvedenú hotovosť môžeme investovať pri úrokovej miere 3,6% p.a.

**Príklad 8.** Otec vkladal do banky na vianočný dar pre syna pri 5% ročnej úrokovej miere na sledujúce vklady: 4.1.2011 vklad 600 €, 2.4.2011 vklad 400 € a 4.7.2011 vklad 500 €. Koľko musí vložiť 3.10.2011, aby 20.12.2011 mohol vybrať 2000 € pri štandarde ACT/365?

**Príklad 9.** Peter vložil 4. 4. do banky 5 000 € pri 4% ročnej úrokovej miere. K akému dátumu by mal vložiť ďalších 2 000 €, aby mal 30. 12. k dispozícii 7 170 €? Banka pri výpočte úrokov používa štandard ACT/360.

**Príklad 10.** Aký veľký úver môže poskytnúť banka klientovi, ak doba splatnosti je 6 mesiacov a po tejto dobe bude mať klient na splácanie úveru a úroku k dispozícii 10000 €. Ročná úroková sadzba je 8,5% p.a..

**Príklad 11.** Banka poskytuje na vkladoch 11% ročný úrok. Akú sumu musíte dnes uložiť, aby ste o 10 mesiacov mohli zaplatiť dovolenku v hodnote 70000 € ?

**Príklad 12.** Zistite, ktorá z nasledujúcich možností je pre investora výhodnejšia, ak má záujem o kúpu bytu. Uskutočniť kúpu teraz a za byt zaplatiť 120000 €, alebo počkať pol roka a za byt zaplatiť 125000 €. Investor má možnosť hotovosť 120000 € uložiť na polročný terminovaný účet s úrokovou sadzbou 9% p.a..

**Príklad 13.** Dlžník Vám ponúka dve možnosti splatenia svojho dlhu:

- a) zaplatiť o 5 mesiacov 10000 €,
- b) zaplatiť o 11 mesiacov 11000 €.

Ktorá z možností je pre Vás výhodnejšia pri úrokovej sadzbe 13% p.a.?

## 1.2 Diskont

VZOREC

$$K_{ob} = K_n \cdot (1 - d \cdot n)$$

**Úloha** Koľko dostane vyplatené klient, ktorému banka eskontuje zmenku s nominálnou hodnotou 150 000 € 45 dní pred dobou splatnosti pri diskontnej sadzbe 8% p.a.?

Riešenie:

Dosadíme  $K_n = 150000$ ;  $n = \frac{45}{360}$ ;  $d = 0,08$

$$K_{ob} = 150000 \left( 1 - \frac{45}{360} 0,08 \right) = 148500$$

Klient dostane vyplatené 148 500€.

**Príklad 14.** Vypočítajte, koľko dostane vyplatené klient, ktorému banka eskontuje zmenku s nominálnou hodnotou 1000000 € 35 dní pred dobou splatnosti pri diskontnej sadzbe 6% p.a.. Použite štandard ACT/365.

**Príklad 15.** Aká je nominálna hodnota zmenky, ktorá je eskontovaná 60 dní pred dobou splatnosti za 99800 €, keď diskontná aj úroková sadzba je 12% p.a.. Použite štandard ACT/360.

**Príklad 16.** Dnes nahradíme zmenku splatnú za 5 mesiacov za novú, splatnú za 10 mesiacov s nominálnou hodnotou 300000 €. Aká bola nominálna hodnota pôvodnej zmenky, ak ročná diskontná sadzba je 15%?

**Príklad 17.** Zistite, ktorý z nasledujúcich úverov je výhodnejší pre dlžníka:

- úver založený na eskonte zmenky splatnej o 3 mesiace s nominálnou hodnotou 500000 € pri diskontnej sadzbe 8% p.a.,
- úver založený na jednoduchom úrokovaní s ročnou úrokovou sadzbou 8% p.a., pričom o 3 mesiace musí byť splatená suma 500000 €.

**Príklad 18.** Banka odkúpila v ten istý deň dve zmenky pri rovnakej ročnej diskontnej sadzbe. Za obe zaplatila rovnakú sumu. Prvá zmenka mala nominálnu hodnotu 10000 € a bola splatná o 2 mesiace, druhá mala nominálnu hodnotu 10100 € a bola splatná o 3 mesiace. Vypočítajte výšku diskontnej sadzby.

### 1.3 Zložené úrokovanie

VZORCE

$$K_0 = \frac{K_n}{(1+i)^n},$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1,$$

$$n = \frac{\ln K_n - \ln K_0}{\ln(1+i)}$$

**Úloha** Akú hodnotu bude mať o päť rokov vklad 9000 € pri úrokovej sadzbe 6% p.a., ak sa úroky pripisujú štvrťročne?

Riešenie:

Dosadíme  $K_0 = 9000; n = 5; m = 4; i = 0,06$

$$K_n = 9000 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{4}\right)^{4 \cdot 5} = 12121,70$$

Vklad bude mať hodnotu 12121,70 €.

### Úloha

**Príklad 19.** Nájdite budúcu hodnotu kapitálu 10000 € po desiatich rokoch, vloženého na účet, ktorý poskytuje 8% ročnú úrokovú mieru.

**Príklad 20.** Vypočítajte výšku vkladu, ktorý pri 6% ročnej úrokovej miere vzrastie za 4 roky na 20000 € .

**Príklad 21.** Klient dlhuje finančnej inštitúcii 80000 € splatných za rok a 100000 € splatných za 2 roky. Disponuje dostatočným finančným obnosom, a preto chce vyrovnať dlh okamžite. Koľko zaplatí, ak úroková miera pôžičky bola 9% p.a. s ročným úročením a úver môže byť splatený predčasne bez sankcií.

**Príklad 22.** Rozhodli ste sa svojmu práve narodenému dieťaťu založiť účet spojený s 6% ročnou úrokovou mierou a dnes uložiť na účet takú hotovosť, aby vaše dieťa v deň svojich 18. narodenín mohlo z účtu vybrať 50000 €. Koľko musíte vložiť dnes na účet pri mesačnom úrokovaní?

**Príklad 23.** Aká bude výška vkladu 120000 € za tri roky pri zloženom úrokovaní pri nominálnej úrokovej miere 4,5% ak uvažujeme:

- a) ročné pripisovanie úrokov,
- b) polročné pripisovanie úrokov,
- c) štvrtročné pripisovanie úrokov.

**Príklad 24.** Otec odkázal svojim trom synom 800000 €, pričom každý má pri dovŕšení 18 rokov dostať rovnaký podiel. Peniaze sú uložené na účte úročenom 4,5% p.a. s ročným pripisovaním úrokov. Koľko dostane každý syn, ak teraz majú 10; 12 a 16 rokov?

**Príklad 25.** Klient si uložil do banky 15800 € pri úrokovej sadzbe 3,5% p.a.. Ako dlho mal peniaze uložené, ak suma, ktorú mu banka vyplatila, bola 19350 € ?

**Príklad 26.** Ako dlho musíte mať na účte so 6% ročnou úrokovou sadzbou a štvrtročným pripisovaním úrokov vklad, aby sa vám jeho hodnota zdvojnásobila?

## 1.4 Zmiešané úrokovanie

### VZOREC

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^{n_0} \cdot (1 + l \cdot i)$$

**Úloha** Akú hodnotu bude mať o tri roky a päť mesiacov vklad 9000 € pri úrokovej sadzbe 6% p.a., ak sa úroky pripisujú polročne?

*Riešenie:*

Dosadíme  $K_0 = 9000$ ;  $n_0 = 6$ ;  $m = 5$ ;  $i = \frac{0,06}{2} = 0,03$ ;  $l = \frac{5}{6}$

$$K_n = 9000 \cdot (1 + 0,03)^6 \cdot \left(1 + \frac{5}{6} \cdot 0,03\right) = 11015,13$$

Vklad bude mať hodnotu 11015,13 €.

**Úloha** Za akú dlhú dobu (presne na dni) vzrastie suma 80000 € na 105000 € pri úrokovej sadzbe 6% p.a. s polročným pripisovaním úrokov?

*Riešenie:*

Úlohu budeme riešiť v dvoch krokoch:

1. zistíme, koľko polrokov bude mať klient uložené peniaze, dosadíme  $K_n = 105000$ ;  $K_0 = 80000$ ;  $i = 0,06$ ;  $m = 2$

$$n = \frac{\ln K_n - \ln K_0}{\ln \left(1 + \frac{i}{m}\right)} = \frac{\ln 105000 - \ln 80000}{\ln \left(1 + \frac{0,06}{2}\right)} = 9,199$$

2. pomocou vzorca pre zmiešané úrokovanie vypočítame počet dní, dosadíme za  $n_0 = 9$ , čo je celočíselná časť z 9,199 a  $l = \frac{x}{360}$

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n_0} \cdot (1 + l \cdot i) 105000 = 80000 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{2}\right)^9 \cdot \left(1 + \frac{x}{360} \cdot 0,06\right)$$

Odkiaľ algebraickou úpravou rovnice dostaneme  $x = 35,5$ .

Vklad 80000 € sa zúročí na 105000 € za 4,5 roka a 36 dní.

**Príklad 27.** Na koľko sa zúročí 250000 € za 5 rokov, 5 mesiacov pri úrokovej sadzbe 4,5% p.a. a štvrtročnom pripisovaní úrokov?

**Príklad 28.** Zistite výšku kapitálu 1850 € uloženého v banke na 1 rok, 11 mesiacov a 11 dní s ročnou úrokovou sadzbou 8,25% a s mesačným pripisovaním úrokov.

**Príklad 29.** Koľko peňažných prostriedkov musíme uložiť, aby sme za 5 rokov a 3 mesiace mali 100000 € pri úrokovej sadzbe 4,6% p.a.? Úroky sú pripisované ročne a ponechané na účte.

**Príklad 30.** Počas akej doby (vypočítanej presne na dni) vzrastie vklad 1 000 € na 1200€, ak je uložený pri úrokovej miere 4 % p.a. s polročným pripisovaním úrokov?

**Príklad 31.** Klient si uložil v banke sumu 4900 € na 5 rokov a 4 mesiace. Na akú sumu vzrastie tento vklad pri úrokovej sadzbe 10% p.a., ak úroky sú pripisované štvrtročne?

**Príklad 32.** Koľko je potrebné dnes uložiť do banky, ak si o 14 mesiacov chceme kúpiť motorku za 4000 €? Ročná úroková sadzba je 7,9% a banka uplatňuje štvrtročné úročenie.



**Príklad 33.** Do banky s 5% ročnou úrokovou mierou a ročným pripisovaním úrokov bolo na začiatku roka uložených 100000 €. Akú hodnotu bude mať vklad po 30-tich mesiacoch?

**Príklad 34.** Otec vkladal do banky pre deti pri 6,5% ročnej úrokovej miere a spojitom úrokovaní nasledujúce vklady : 1. rok 2000 €, 2.rok 1400 € a 3. rok 2500 € . Koľko musí vložiť v 5. roku, aby v 7. roku mohol vybrať 10000 €?

## 1.5 Spojité úrokovanie

### VZOREC

$$K_n = K_0 \cdot e^{in}$$

**Príklad 35.** Na akú hodnotu vzrastie kapitál 10000 € za 5 rokov pri spojitom úrokovaní a úrokovej sadzbe  $i = 0,055$  p.a. ?

**Príklad 36.** Určte budúcu hodnotu kapitálu 5000 €, ktorý je uložený v banke pri 3% ročnej úrokovej sadzbe pri spojitom úrokovaní na dobu 3 rokov a 2 mesiacov.

**Príklad 37.** Aká je súčasná hodnota kapitálu, ktorý za 3 roky vzrastie na 25000 € pri úrokovej sadzbe 5,5% p.a. a spojitom úročení?

**Príklad 38.** Aká musí byť ročná úroková sadzba pri spojitom úrokovaní, aby bola rovnako výhodná pre vkladateľa ako ročná úroková sadzba 4,4% p.a. so štvrtročným pripisovaním úrokov?

**Príklad 39.** Klient vložil do banky 60000 € pri 5% nominálnej úrokovej miere so štvrtročným pripisovaním úrokov. Po troch rokoch banka prešla na spojité úrokovanie s úrokovou intenzitou rovnou 0,045. Aký celkový úrok získal klient za osem rokov?

**Príklad 40.** Akú dlhú dobu je potrebné nechať sumu 300000 € v banke pri spojitom úrokovaní s úrokovou sadzbou 6,5%, ak si chceme kúpiť rodinný dom za 490000 €.

**Príklad 41.** Kapitál vzrástol za 6 rokov pri spojitom úrokovaní s úrokovou sadzbou 6% na 10000 €. Akú výšku mal kapitál v čase uloženia do banky?

## 2 SPORENIE

### 2.1 Krátkodobé sporenie

VZORCE

$$S_x = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} \cdot i\right) \quad x = \frac{S_x}{m \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} \cdot i\right)} \quad i = \frac{S_x - m \cdot x}{\frac{m \cdot x \cdot (m \pm 1)}{2m}}$$

**Úloha** Aká bude nasporená čiastka na konci roka, ak si mesačne ukladáme 300 € pri úrokovej sadzbe 4,2% p.a., ak:

- ukladáme na začiatku mesiaca,
- ukladáme na konci mesiaca?

*Riešenie:*

Dosadíme  $x = 300$ ;  $m = 12$ ;  $i = 0,042$

a) krátkodobé sporenie predlehotné

$$S_x = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m + 1}{2m} i\right) = 12 \cdot 300 \cdot \left(1 + \frac{12 + 1}{2 \cdot 12} 0,042\right) = 3681,90 \text{ ,}$$

b) krátkodobé sporenie polehotné

$$S_x = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m - 1}{2m} i\right) = 12 \cdot 300 \cdot \left(1 + \frac{12 - 1}{2 \cdot 12} 0,042\right) = 3669,30 \text{ .}$$

Pri predlehotnom sporení nasporíme za rok 3681,90€, pri polehotnom sporení 3669,30 €.

**Príklad 42.** Koľko nasporíme za rok, ak si na konci každého mesiaca odkladáme 120 € na účet s úrokovou sadzbou 3,8% p.a.?

**Príklad 43.** Koľko nasporíme za rok, ak si na začiatku každého štvrťroka odkladáme 210 € na účet s úrokovou sadzbou 4,2% p.a.?

**Príklad 44.** Koľko si musíme odkladať na začiatku každého mesiaca, aby sme za rok nasporili 10000 €? Banka úročí vklady úrokovou sadzbou vo výške 5,1% p.a..

**Príklad 45.** Akú sumu musíme sporiť na začiatku každého štvrťroka, ak chceme na konci roka mať na účte 8000 € pri ročnej úrokovej sadzbe 3,4%?

**Príklad 46.** Pri akej úrokovej sadzbe by sme museli sporiť v prípade, že si budeme odkladať na začiatku každého mesiaca 150 € a na konci roka budeme mať 2000 €?

**Príklad 47.** Aká bola ročná úroková sadzba na účte s polročným pripisovaním úrokov, ak sme si na začiatku každého mesiaca odkladali 200 € a na konci polroka sme mali na účte 1380 €?

**Príklad 48.** Aký stav budeme mať na účte na konci roka, ak si na začiatku každého mesiaca odkladáme 80 € pri úrokovej sadzbe 6,2% p.a. a ročným pripisovaním úrokov? Z úrokov sa odvádza daň vo výške 19%.

**Príklad 49.** Koľko si musíme odkladať na konci každého mesiaca, aby sme za rok nasporili rovnakú sumu ako v prípade, že si budeme odkladať na začiatku mesiaca 180 €? Účet je úročený ročnou úrokovou sadzbou 5% a úroky sú pripisované ročne.

**Príklad 50.** Akú sumu si musíme odkladať na začiatku každého mesiaca, aby sme za rok nasporili rovnakú sumu ako v prípade, že si budeme odkladať na konci štvrťroka 1300 €? Účet je úročený ročnou úrokovou sadzbou 4,1% a úroky sú pripisované ročne.

**Príklad 51.** Veriteľ vám ponúkne tri možnosti splatenia dlhu:

- a) na začiatku každého mesiaca splácať 110 €,
- b) na konci každého štvrťroka splácať 350 €,
- c) na konci roka jednorázovo splatiť 1400 €.

Ktorá z týchto možností je výhodnejšia pre vás a ktorá pre veriteľa, ak máte možnosť peniaze investovať s ročnou úrokovou sadzbou 4%?

**Príklad 52.** Dlužník vám ponúkne štyri možnosti splatenia dlhu:

- a) na konci každého mesiaca splácať 100 €,
- b) na konci každého štvrťroka splácať 310 €,
- c) na konci každého polroka platiť 630 €,
- d) na konci roka jednorázovo splatiť 1300€.

Ktorá z týchto možností je výhodnejšia pre vás a ktorá pre dlžníka, ak máte možnosť peniaze investovať s ročnou úrokovou sadzbou 3,7%?

**Príklad 53.** Nájomca musí platiť koncom každého mesiaca nájom za byt vo výške 500 €.

Kvôli finančným problémom nemohol zaplatiť nájom za apríl a máj. S prenajímateľom sa dohodol, že na konci júna vyrovná nedoplatok a navyše zaplatí nájomné až do konca roka. Akú čiastku bude musieť koncom júna zaplatiť pri 6% úrokovej miere s mesačným pripisovaním úrokov?

## 2.2 Dlhodobé sporenie

### VZORCE

$$S' = a \cdot (1 + i) \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i} ; S = a \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$a = \frac{S}{s_n} = \frac{S \cdot i}{(1 + i)^n - 1}$$

$$n = \frac{\ln\left(1 + S \cdot \frac{i}{a}\right)}{\ln(1 + i)}$$

**Úloha** Koľko nasporíme za 5 rokov pri úrokovej sadzbe 4% p.a. s ročným pripisovaním úrokov, ak si ukladáme 1200 €:

- a) na začiatku každého roka,  
b) na konci každého roka?

*Riešenie:*

Dosadíme  $a = 1200$ ;  $i = 0,04$ ;  $n = 5$

a) dlhodobé sporenie predlehotné

$$S = a \cdot (1 + i) \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i} = 1200 \cdot (1 + 0,04) \cdot \frac{(1 + 0,04)^5 - 1}{0,04} = 6759,57$$

b) dlhodobé sporenie polehotné

$$S = a \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i} = 1200 \cdot \frac{(1 + 0,04)^5 - 1}{0,04} = 6499,59$$

Ak si budeme odkladať peniaze na začiatku roka, nasporíme 6759,57 €. Ak si budeme odkladať peniaze na konci roka, nasporíme 6499,59 €.

**Príklad 54.** Akú sumu nasporíme za 8 rokov, ak budeme ukladať na začiatku každého roka 12000 € pri nemennej 5% úrokovej miere a ročným pripisovaním úrokov?

**Príklad 55.** Za 5 rokov plánujeme kúpiť auto za 25000 €. Koľko musíme vložiť na začiatku každého roka, aby sme za 5 rokov nasporili 25000 €? Úspory vkladáme na účet úročený 5% p.a. s ročným pripisovaním úrokov.

**Príklad 56.** Za akú dobu nasporíme 50000 € pri ročnom polehotnom ukladaní 7000 € a pri nemennej úrokovej miere 4% p.a. s ročným pripisovaním úrokov?

**Príklad 57.** Zamestnanec sa dohodol so svojim šéfom, od ktorého si požičal peniaze na dostavbu domu, že vyrovná dlžobu tromi rovnakými splátkami po 8000 € koncom každého nasledujúceho roka pri 6% úrokovej miere. Ten však nebol schopný zaplatiť prvú splátku, a tak sa dohodol so šéfom, že celú dlžobu vyrovná jednou ekvivalentnou splátkou na konci 3. roku. Aká bude výška tejto splátky?

**Príklad 58.** Koľko musíme na začiatku roka ukladať práve narodenému dieťaťu, aby v osemnástich rokoch dostalo 10000 €? Peniaze ukladáme na účet s ročnou úrokovou sadzbou 4% a ročným pripisovaním úrokov.

**Príklad 59.** Rodičia sa rozhodli, že začnú svojmu 12-ročnému synovi ukladať ku koncu každého roka na účet, ktorý poskytuje 5% ročnú úrokovú mieru, čiastku 700 €. Akú sumu dostane chlapec k 18-tim narodeninám?

**Príklad 60.** Ako dlho by sme sporili na auto v hodnote 23500 €, ak by sme si na začiatku každého roka odkladali 3000 € na účet s ročnou úrokovou sadzbou 3,7% a ročným pripisovaním úrokov?

**Príklad 61.** Koľko nasporíme za 4 roky, ak si na konci každého mesiaca odložíme 75 € na účet s ročnou úrokovou sadzbou 6% a mesačným pripisovaním úrokov?

**Príklad 62.** Na konci marca 2009 sme si začali mesačne odkladať na účet s úrokovou sadzbou 5,2% p.a. a mesačným pripisovaním úrokov 170 €. Kedy si budeme môcť kúpiť motorku v hodnote 12800 €?

## 2.3 Kombinácia krátkodobého a dlhodobého sporenia

### VZORCE

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$x = \frac{S \cdot i}{m \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} \cdot i\right) \cdot [(1+i)^n - 1]}$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{S \cdot i}{x \cdot m \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} \cdot i\right)} + 1\right)}{\ln(1+i)}$$

**Úloha** Koľko nasporíme za 10 rokov, ak si budeme pravidelne koncom každého mesiaca odkladať 200 € pri úrokovej sadzbe 4% p.a. :

- s ročným pripisovaním úrokov,
- so štvrtročným pripisovaním úrokov?

*Riešenie:*

a) dosadíme  $x = 200$ ;  $i = 0,04$ ;  $m = 12$ ;  $n = 10$

$$\begin{aligned} S &= m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m - 1}{2m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \\ &= 12 \cdot 200 \cdot \left(1 + \frac{12 - 1}{2 \cdot 12} \cdot 0,04\right) \cdot \frac{(1 + 0,04)^{10} - 1}{0,04} = 29342,93 \end{aligned}$$

b) dosadíme  $x = 200$ ;  $i = \frac{0,04}{4} = 0,01$ ;  $m = 3$ ;  $n = 4 \cdot 10 = 40$

$$\begin{aligned} S &= m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m - 1}{2m} \cdot i\right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \\ &= 3 \cdot 200 \cdot \left(1 + \frac{3 - 1}{2 \cdot 3} \cdot 0,01\right) \cdot \frac{(1 + 0,01)^{40} - 1}{0,01} = 29429,60 \end{aligned}$$

Ak sa budú úroky pripisovať ročne, tak za 10 rokov nasporíme 29342,93 €. V prípade, že sa budú úroky pripisovať štvrťročne, tak nasporíme za 10 rokov 29429,60 €.

**Príklad 63.** Koľko našetríme za tri roky, ak sporíme začiatkom každého mesiaca 300 € pri nemennej 2% úrokovej sadzbe, ak predpokladáme ročné pripisovanie úrokov?

**Príklad 64.** Za päť rokov plánujeme nákup nového automobilu. Značka, ktorú sme si vybrali, má podľa prognóz vývoja cien stáť 10000 €. Koľko musíme našetriť začiatkom každého štvrťroka, aby sme za päť rokov našetrili 10000 € pri nemennej ročnej úrokovej sadzbe 2,5% a ročnom pripisovaní úrokov?

**Príklad 65.** Ako dlho je potrebné šetriť začiatkom každého mesiaca 20 €, aby nasporená čiastka dosiahla výšku 2000 € pri nemennej 3% ročnej úrokovej sadzbe a ročnom pripisovaní úrokov?

**Príklad 66.** Koľko našetríme za tri roky, ak ukladáme začiatkom každého mesiaca 40 € pri úrokovej sadzbe 2,6% p.a. a štvrťročnom pripisovaní úrokov?

**Príklad 67.** Koľko budeme mať k dispozícii na účte na konci roka, ak sme na začiatku roka uložili čiastku 2000 € a koncom každého mesiaca sporíme na tento účet 200 €, ak úroková sadzba je 2,5% p.a. a polročnom pripisovaní úrokov?

**Príklad 68.** Sporíme 15 rokov vždy začiatkom štvrťroku 500 € pri 4% p.a. a polročnom pripisovaní úrokov. Aká bude nasporená čiastka, ak banka účtuje na konci každého roka poplatok vo výške 20 € a úroky sú zdanené 19%?

**Príklad 69.** Sporili sme 200 € mesačne polehotne pri úrokovej sadzbe 8% p.a. so štvrťročným pripisovaním úrokov. Po 10 rokoch máme na účte 10000 €. Aký bol počiatočný vklad?

**Príklad 70.** Akú čiastku sme pred 7 rokmi vybrali z účtu, ak na ňom máme po 11 rokoch sporenia čiastku 5031 € a pritom sme na konci každého štvrťroku ukladali 150 €? Účet je úrokovaný sadzbou 5,4% p.a. s polročným pripisovaním úrokov, ktoré boli zdanené zrážkovou daňou vo výške 19%.

**Príklad 71.** Sporíme čiastku 2000 € koncom každého polroka po dobu 30 rokov pri 5,8% p.a. a ročnom úrokovaní. Na konci 18. roku banka zníži úrokovú sadzbu na 3,8% p.a. O koľko sa musí zvýšiť pravidelný vklad, aby sa nasporená čiastka nezmenila?

**Príklad 72.** Pri akej ročnej úrokovej sadzbe s polročným pripisovaním úrokov sporil klient pravidelne na začiatku každého štvrťroka počas šiestich rokov, ak po štyroch rokoch mal nasporené 9850 € a súčasne na konci 4. roku vybral z tejto čiastky 4900 € a po šiestich rokoch bude stav na jeho účte 10180 €?

**Príklad 73.** Koľko našetríte za 14 rokov, ak si budete na začiatku každého štvrťroka odkladať 200 € pri úrokovej sadzbe 4,1 % p.a. a polročnom pripisovaní úrokov?

**Príklad 74.** Koľko si musíte na konci každého mesiaca odkladať, aby ste za 20 rokov našetrili na byt v hodnote 70000 €, pri úrokovej sadzbe 5,4 % p.a. a štvrtročnom pripisovaní úrokov?

**Príklad 75.** Ako dlho budete sporiť na auto v hodnote 21000 €, ak si na začiatku každého mesiaca budete odkladať 200 € pri úrokovej sadzbe 4% p.a. a mesačnom pripisovaní úrokov?

## 3 DÔCHODKY

### 3.1 Bezprostredný dôchodok

VZORCE

$$D = a \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} = a \cdot \frac{1 - v^n}{i}$$

$$D = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} \cdot i\right) \cdot \frac{1 - v^n}{i} = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} \cdot i\right) \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$$

**Úloha** Aká suma nám zabezpečí dôchodok vo výške 2000 € vyplácaný na konci každého roka po dobu 14 rokov pri úrokovej sadzbe 4,2% p.a. s ročným pripisovaním úrokov?

*Riešenie:*

Dosadíme  $a = 2000$ ;  $i = 0,042$ ;  $n = 14$

$$D = a \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} = 2000 \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+0,042)^{14}}}{0,042} = 20850,02$$

Súčasná hodnota dôchodku je 20850,02 €.

**Úloha** Aká je hodnota investície, z ktorej nám na konci každého mesiaca bude vyplácaný výnos 1200 € po dobu desiatich rokov, ak požadujeme výnosnosť 5% p.a. a ročné úrokovacie obdobie?

*Riešenie:*

Dosadíme  $x = 1200$ ;  $i = 0,05$ ;  $m = 12$ ;  $n = 14$

$$\begin{aligned} D &= m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2m} \cdot i\right) \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \\ &= 12 \cdot 1200 \cdot \left(1 + \frac{12-1}{2 \cdot 12} \cdot 0,05\right) \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+0,05)^{10}}}{0,05} = 113741,16 \end{aligned}$$

Za investíciu musíme zaplatiť 113741,16 €.

**Príklad 76.** Aká je hodnota investície, ktorej životnosť je dvadsať rokov a na konci každého roka je z nej vyplácaná suma vo výške 3500 €? Uvažujeme ročnú úrokovú sadzbu 4,5% p.a..

**Príklad 77.** Koľko investor zaplatí za investíciu, z ktorej mu plynie na konci každého štvrtroka 40000 € po dobu 10 rokov, ak požaduje mieru výnosnosti 3% p.a. a predpokladá ročné úrokové obdobie?



**Príklad 78.** Za koľko musíme predať byt, aby sme zo získanej sumy mohli nasledujúcich 15 rokov na začiatku každého mesiaca platiť nájom vo výške 350 €? Peniaze uložíme na účet s ročnou úrokovou sadzbou 5,6% a polročným pripisovaním úrokov.

**Príklad 79.** Firma sa rozhodla, že podporí miestnu školu sumou 5000 € každý rok po dobu 6 rokov. Rozhodli sa kvôli tomu založiť v banke nadačný fond, ktorý je úročený 5% ročnou úrokovou mierou s polročným pripisovaním úrokov. Akú sumu musela firma vložiť do fondu?

**Príklad 80.** Pán Široký má svojej bývalej manželke vyplatiť po rozvode podiel z majetku v hodnote 150000 €. Suma má byť splatená 6 rovnakými splátkami vždy na začiatku roku pri úrokovej miere 6% p. a.. Aká bude výška jednej splátky?

**Príklad 81.** Zdedíme 100000 €. Koľko rokov nám bude na konci každého roka vyplácaná renta vo výške 3300 €, ak termínovaný účet na ktorom máme uložené dedičstvo je úrokovaný ročnou úrokovou sadzbou vo výške 5% a ročným pripisovaním úrokov?

**Príklad 82.** Predáme dom v hodnote 180000 €. Na ako dlho si budeme môcť prenajať byt, za ktorý budeme na začiatku každého mesiaca platiť nájom vo výške 350 €, ak peniaze z predaja uložíme na účet úročený 3,6% p.a. a polročným pripisovaním úrokov?

**Príklad 83.** Úver má byť banke splatený piatimi splátkami vo výške 30000 € postupne na začiatku prvého, druhého až piateho roku. Banka súhlasí s požiadavkou dlžníka zaplatiť dlh jednorázovo na konci piateho roku. Akú čiastku musí zaplatiť, ak úroková miera úveru je 10 % p. a. s ročným pripisovaním úrokov?

**Príklad 84.** Za koľko musíme predať byt, aby sme zo získanej sumy mohli nasledujúcich 15 rokov na začiatku každého mesiaca platiť nájom vo výške 350 €? Peniaze uložíme na účet s ročnou úrokovou sadzbou 5,6% a polročným pripisovaním úrokov.

**Príklad 85.** Pán Šťastný vyhral v lotérii. Stávková spoločnosť mu ponúkla 3 možnosti vyplatenia výhry:

- okamžité vyplatenie 20000 €,
- počas piatich rokov, na konci každého roka vyplatenie 4200 €,
- počas štyroch rokov, na začiatku každého mesiaca 500 €.

Ktorú z nasledujúcich možností by si mal pán Šťastný vybrať, ak ročná výnosnosť je 4,5% p.a. a ročné pripisovanie úrokov?

### 3.2 Odložený dôchodok

VZOREC

$$K = v^k \cdot m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} \cdot i\right) \cdot \frac{1 - v^n}{i}$$

**Úloha** Koľko musíme dnes uložiť novonarodenému dieťaťu na účet s nemennou úrokovou sadzbou 5% p.a. a ročným pripisovaním úrokov, aby v dvadsiatich piatich rokoch dostávalo polehrotnú mesačnú rentu 250 € po dobu 5 rokov?

*Riešenie:*

Dosadíme  $x = 250$ ;  $i = 0,05$ ;  $k = 25$ ;  $m = 12$ ;  $n = 5$

$$\begin{aligned} K &= v^k \cdot m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m-1}{2m} \cdot i\right) \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \\ &= (1 + 0,05)^{-25} \cdot 12 \cdot 250 \cdot \left(1 + \frac{12-1}{2 \cdot 12} \cdot 0,05\right) \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+0,05)^5}}{0,05} \\ &= 3923,42 \end{aligned}$$

Na zabezpečenie renty musíme novonarodenému dieťaťu uložiť sumu 3923,42 €.

**Príklad 86.** Koľko musíme dnes uložiť novonarodenému dieťaťu na účet s nemennou úrokovou sadzbou 4% p.a. a ročným pripisovaním úrokov, aby v osemnástich rokoch dostávalo polehrotnú mesačnú rentu 250 € po dobu 5 rokov?

**Príklad 87.** Máme k dispozícii 50000 €. Touto čiastkou si chceme zaistiť ročný predlehotný dôchodok na päť rokov s tým, že s jeho vyplácaním začneme o tri roky. Aké vysoké budú vyplácané anuity pri 4,3% ročnej úrokovej sadzbe?

**Príklad 88.** Máme k dispozícii 100000 €. Touto čiastkou si chceme zabezpečiť ročnú polehrotnú rentu na 10 rokov s tým, že ju začneme čerpať za 20 rokov. Aká bude výška výplat (anuity) pri nemennej úrokovej miere 3,25% p.a. s ročným pripisovaním úrokov?

**Príklad 89.** Dedič rozsiahleho majetku, ktorý zahŕňa aj les, sa rozhodol založiť účet, z ktorého chce zabezpečiť financie na úpravu terénu a výsadbu nových drevín ročne vo výške 15000 € počas 6 rokov. Prvá platba sa uskutoční o rok. Koľko musí dnes vložiť na účet úročený úrokovou mierou 3% p.a.?

**Príklad 90.** Pán Kováč investoval do kúpy cenných papierov 25000 € s nominálnou úrokovou sadzbou 7% p.a. s tým, že obdrží 8 rovnakých platieb na konci každého roku, pričom prvá platba sa uskutoční po uplynutí 4 rokov. Aké veľké budú platby, ktoré obdrží?

**Príklad 91.** Podnikateľ investoval do kúpy cenných papierov čiastku, ktorá mu má o 4 roky priniesť pri úrokovej miere 7% p.a. platby vo výške 100000 € vyplácané na začiatku každého roku po dobu 6 rokov. Akú sumu investoval?

**Príklad 92.** Koľko musíme mesačne ukladať novonarodenému dieťaťu na účet s nemennou úrokovou sadzbou 4% p.a. a ročným pripisovaním úrokov, aby v osemnástich rokoch dostávalo polehrotnú mesačnú rentu 250 € po dobu 5 rokov?

**Príklad 93.** O tridsať rokov sa chystáme do dôchodku. Na konci každého mesiaca si ukladáme na účet 150 €. Aký vysoký dôchodok nám bude vyplácaný počas ďalších dvadsiatich rokov na začiatku každého mesiaca, ak je účet úročený ročnou úrokovou sadzbou 6% a úroky sa pripisujú ročne?

**Príklad 94.** Rodičia založili dcére pri narodení účet úročený počas celej doby trvania vkladu úrokovou mierou 4% p.a. so štvrtročným pripisovaním úroku a s počiatočným vkladom 100000 €. Od 20-teho roku života jej má byť na konci každého mesiaca po dobu 40 rokov z tohto účtu vyplácaná istá suma. O akú sumu ide?

**Príklad 95.** Na konci každého mesiaca si odkladáme 250 €. Ako dlho nám bude na konci každého mesiaca vyplácaný dôchodok vo výške 500 €, ak do dôchodku odídeme o 35 rokov a účet je úročený 4% p.a. a úroky sa pripisujú polročne?

**Príklad 96.** Za desať rokov (vo veku 62 rokov) sa chystáme odísť do dôchodku. Koľko si musíme na konci každého mesiaca odkladať na účet s úrokovou sadzbou 6% p.a., aby sme si zaistili až do osemdesiatich rokov bonus k starobnému dôchodku? Pravidelne si budeme na konci každého štvrtroka vyberať z účtu čiastku vo výške 500 €.

### 3.3 Večný dôchodok

VZORCE

$$D = \frac{a}{i}; K = v^k \cdot \frac{a}{i}$$

$$D = \frac{m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} \cdot i\right)}{i}; K = v^k \cdot \frac{m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} \cdot i\right)}{i}$$

**Úloha** Aká vysoká čiastka nám (a našim pozostalým) zabezpečí štvrtročný predlehotný večný dôchodok vo výške 600 € pri nemennej ročnej úrokovej sadzbe 6% p.a. a ročnom pripisovaní úrokov?

*Riešenie:*

Dosadíme  $x = 600; i = 0,06; m = 4$

$$D = \frac{m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} \cdot i\right)}{i} = \frac{4 \cdot 600 \cdot \left(1 + \frac{4 \pm 1}{2 \cdot 4} \cdot 0,06\right)}{0,06} = 41500$$

Na získanie večného dôchodku vo výške 600 € štvrtročne predlehotne musíme investovať čiastku 41500 €.

**Príklad 97.** Koľko si musíme uložiť na účet, aby nám bol na konci každého roka vyplácaná renta vo výške 1000 €? Peniaze budú uložené pri nemennej úrokovej sadzbe 4% p.a. a úroky sú pripisované ročne.

- Príklad 98.** Aká suma peňazí nám a našim potomkom zabezpečí mesačný polehotný večný dôchodok vo výške 5000 € pri nemennej úrokovej miere 4% p.a. s ročným pripisovaním úrokov?
- Príklad 99.** Akú sumu musí klient uložiť do banky na účet, ktorý poskytuje štvrtročný úrok pri 7% p.a., ak chce vždy koncom mesiaca z účtu vyberať 800 €?
- Príklad 100.** Pri akej ročnej úrokovej sadzbe by sme si museli uložiť 50000 € tak, aby nám vždy na začiatku každého roka bola vyplácaná suma 750 €? Úroky sú pripisované na konci každého roka.
- Príklad 101.** Aká suma bude vždy na začiatku každého mesiaca vyplácaná, ak si na účet uložíme 1000000 € pri úrokovej sadzbe 6% p.a. a úroky sú pripisované polročne?
- Príklad 102.** O tridsať rokov sa chystáme do dôchodku. Na konci každého mesiaca si ukladáme na účet 150 €. Aký vysoký dôchodok nám bude vyplácaný na začiatku každého mesiaca, ak je účet úročený ročnou úrokovou sadzbou 6% a úroky sa pripisujú ročne?
- Príklad 103.** Akou úrokovou mierou musí byť úročený vklad na účte, aby sme mohli začiatkom každého roka neobmedzene dlho vyberať sumu 7000 € pri počiatočnom vklade 120000 €?
- Príklad 104.** Klientka si zaistila večný dôchodok vyplácaný na konci každého polroku vo výške 30000 €. Chce ho zmeniť na predlehotný štvrtročný dôchodok vo výške 15000 € trvajúci 30 rokov. Úroková sadzba je 7% p.a. s polročným pripisovaním úroku. Koľko musí doplatiť?
- Príklad 105.** Akú výšku konta musí mať účastník penzijného fondu, aby on sám, prípadne jeho pozostalí, mohli poberať mesačnú penziu vo výške 800 € vyplácanú vždy začiatkom mesiaca? Fond garantuje zhodnotenie 5% p.a. s ročným pripisovaním úroku.

## 4 ÚVERY

### 4.1 Splácanie úveru rovnakými splátkami (konštantná anuita)

**Úloha** Úver 30000€ máme splatiť polehотnými ročnými anuitami za 7 rokov pri nemennej ročnej úrokovej sadzbe 4% . Aká bude výška anuity a umorovací plán?

*Riešenie:*

Najskôr vypočítame výšku anuity:

Dosadíme  $D = 30000$  ;  $i = 0,04$  ;  $n = 7$ .

$$a = \frac{D \cdot i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}} = \frac{30000 \cdot 0,04}{1 - \frac{1}{(1+0,04)^7}} = 4998,29$$

Potom zostavíme umorovací plán:

obdobie	anuita	úrok	úmor	zostatok úveru
0				30 000,00 €
1	4 998,29 €	1 200,00 €	3 798,29 €	26 201,71 €
2	4 998,29 €	1 048,07 €	3 950,22 €	22 251,49 €
3	4 998,29 €	890,06 €	4 108,23 €	18 143,26 €
4	4 998,29 €	725,73 €	4 272,56 €	13 870,70 €
5	4 998,29 €	554,83 €	4 443,46 €	9 427,24 €
6	4 998,29 €	377,09 €	4 621,20 €	4 806,04 €
7	4 998,29 €	192,24 €	4 806,05 €	- €

**Príklad 106.** Vytvorte umorovací plán pre úver s dobou splatnosti desať rokov, ktorý bude splácaný konštantnými anuitami pri úrokovej sadzbe 6% p.a..

**Príklad 107.** Úver 50000 € na nákup strojného zariadenia má byť umorený rovnakými polehотnými ročnými anuitami za 6 rokov pri fixovanej úrokovej sadzbe počas celej doby splácania úveru 12% p.a.. Vypočítajte výšku anuity a zostavte umorovací plán.

**Príklad 108.** Úver 23000 € na nákup automobilu má byť umorený rovnakými polehотnými ročnými anuitami za 6 rokov pri fixovanej úrokovej sadzbe počas celej doby splácania úveru 13% p.a.. Vypočítajte výšku anuity, zostavte umorovací plán a vypočítajte celkové úrokové náklady úveru.

**Príklad 109.** Hypotekárny úver vo výške 100000 € poskytnutý s úrokovou mierou 6% p.a. a mesačným úročením má byť splácaný rovnakými mesačnými splátkami na

konci jednotlivých mesiacov počas 25 rokov. Určte výšku splátky, zostavte umorovací plán a vypočítajte celkové úrokové náklady úveru.

**Príklad 110.** Úver 100000 € na nákup výrobného zariadenia má byť umorený rovnakými polehотnými štvrtročnými anuitami za 20 rokov pri fixovanej úrokovej sadzbe počas celej doby splácania úveru 10% p.a.. Vypočítajte výšku anuity a zostavte umorovací plán.

## 4.2 Splácanie úveru vopred danou konštantnou anuitou

**Úloha** Úver 30000 € máme splatiť polehотnými ročnými anuitami vo výške 5000 € pri nemennej ročnej úrokovej sadzbe 4%. Určte počet anuit, výšku poslednej splátky a zostavte umorovací plán.

*Riešenie:*

Najskôr vypočítame dobu splatnosti: Dosadíme  $D = 30000$  ;  $i = 0,04$  ;  $a = 5000$ .

$$n = \frac{\ln\left(1 - \frac{D \cdot i}{a}\right)}{\ln v} = \frac{\ln\left(1 - \frac{30000 \cdot 0,04}{5000}\right)}{\ln\left(\frac{1}{1 + 0,04}\right)} = 6,997 .$$

Splátok bude sedem. Teda budeme platiť šesťkrát danú anuitu 5000 € a siedma splátka bude nižšia. Tú vypočítame podľa :

$$\begin{aligned} D = 30000 ; i = 0,04 ; a = 5000 ; n_0 = 6b &= \left(D - a \cdot \frac{1 - v^{n_0}}{i}\right) \cdot (1 + i)^{n_0 + 1} \\ &= \left(30000 - 5000 \cdot \frac{1 - 1,04^{-6}}{0,04}\right) \cdot 1,04^7 = 4986,48 . \end{aligned}$$

Posledná splátka bude mať výšku 4986,48 €.

Potom zostavíme umorovací plán:

obdobie	anuita	úrok	úmor	zostatok úveru
0				30 000,00 €
1	5 000,00 €	1 200,00 €	3 800,00 €	26 200,00 €
2	5 000,00 €	1 048,00 €	3 952,00 €	22 248,00 €
3	5 000,00 €	889,92 €	4 110,08 €	18 137,92 €
4	5 000,00 €	725,52 €	4 274,48 €	13 863,44 €
5	5 000,00 €	554,54 €	4 445,46 €	9 417,97 €
6	5 000,00 €	376,72 €	4 623,28 €	4 794,69 €
7	4 986,48 €	191,79 €	4 794,69 €	- €

**Príklad 111.** Úver 4000 €, ktorý poskytla banka klientovi s úrokovou mierou 12% p.a sa má splácať polehotnými ročnými anuitami vo výške 1000 €. Určte počet anuit, výšku poslednej splátky a zostavte umorovací plán.

**Príklad 112.** Vytvorte umorovací plán pre úver vo výške 500000 €, ktorý budeme splácať ročnými polehotnými konštantnými anuitami vo výške 5000 € pri úrokovej sadzbe 10% p.a. Určte počet anuit a výšku poslednej splátky.

**Príklad 113.** Dlh vo výške 40000 € je vydaný pri 4,4% úrokovej miere. Zostavte umorovací plán, ak chceme dlh splatiť konštantnými ročnými anuitami v hodnote 9 000 €. Aká bude posledná vyrovnávací splátka ?

**Príklad 114.** Pôžička vo výške 60000 € má byť splácaná ročnými splátkami. Prvá splátka vo výške 10000 € je splatná po 2. roku. Ďalšie splátky sa majú postupne zvyšovať o 5000 €. Po koľkých rokoch bude dlh splatený pri ročnej úrokovej miere 18%? Aká bude výška poslednej splátky? Zostavte umorovací plán.

### 4.3 Splácanie úveru nerovnakými splátkami (konštantný úmor)

**Úloha** Úver 30000 € máme splatiť polehotnými ročnými anuitami za 7 rokov pri nemennej ročnej úrokovej sadzbe 4% s konštantným úmorom. Aká bude výška úmoru a umorovací plán?

*Riešenie:*

Najskôr vypočítame výšku úmoru:

$$\frac{D}{n} = \frac{30000}{7} = 4285,71$$

Potom zostavíme umorovací plán:

obdobie	anuita	úrok	úmor	zostatok úveru
0				30 000,00 €
1	4 998,29 €	1 200,00 €	4 285,71 €	25 714,29 €
2	4 998,29 €	1 028,57 €	4 285,71 €	21 428,58 €
3	4 998,29 €	857,14 €	4 285,71 €	17 142,87 €
4	4 998,29 €	685,71 €	4 285,71 €	12 857,16 €
5	4 998,29 €	514,29 €	4 285,71 €	8 571,45 €
6	4 998,29 €	342,86 €	4 285,71 €	4 285,74 €
7	4 998,29 €	171,43 €	4 285,71 €	- €

**Príklad 115.** Pôžička 5000 € poskytnutá s úrokovou sadzbou 6,5% p.a. má byť umorená za 5 rokov konštantnými úmormi ročnými polehotnými splátkami. Vypočítajte výšku druhej splátky.

**Príklad 116.** Úver 300000 € má byť splatený polehotnými ročnými platbami s konštantným úmorom za 6 rokov pri nemennej ročnej úrokovej sadzbe 5% p.a.. Určte výšku platby (annuity) a zostavte umorovací plán.

**Príklad 117.** Úver 65000 € poskytnutý s úrokovou sadzbou 12% p.a. má byť umorený za 25 rokov konštantnými úmormi ročnými polehotnými splátkami. Vypočítajte výšky splátok a zostavte umorovací plán.

**Príklad 118.** Pôžička 10000 € poskytnutá s úrokovou sadzbou 10% p.a. má byť umorená za 5 rokov konštantnými úmormi ročnými predlehotnými splátkami. Vypočítajte výšky splátok a zostavte umorovací plán.



# VZORCE

## Jednoduché úrokovanie

$$K_n = K_0 + u = K_0 \cdot (1 + i \cdot n)$$

## Diskont

$$D_m = K_n - K_0 = K_n - \frac{K_n}{1 + in} = K_n \frac{in}{1 + in}$$

## Zložené úrokovanie

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n$$

## Zmiešané úrokovanie

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^{n_0} \cdot (1 + l \cdot i)$$

## Krátkodobé sporenie predlehotné

$$S_x = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} i\right)$$

## Dlhodobé sporenie predlehotné

$$S = a \cdot (1 + i) \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

## Dlhodobé sporenie polehotné

$$S = a \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

## Kombinácia krátkodobého a dlhodobého sporenia

$$S = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} i\right) \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

## Bezprostredný dôchodok

$$D = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} i\right) \cdot \frac{1 - v^n}{i}$$

## Odložený dôchodok

$$K = v^k \cdot m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{m \pm 1}{2m} i\right) \cdot \frac{1 - v^n}{i}$$

## POUŽITÁ A ODPORÚČANÁ LITERATÚRA

---

1. RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J.: *Finanční matematika pro každého* (6. aktualizované vydání). Praha: GRADA Publishing 2007. 293 s. ISBN 978-80-247-2233-7.
2. RADOVÁ, J. a kol.: *Finanční matematika pro každého příklady*. Praha: GRADA Publishing 2008. ISBN 978-80-247-2346-8.
3. URBANÍKOVÁ, M.: *Finančná matematika*. Nitra: Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre 2008. ISBN 978-80-8094-387-5.
4. PIRČ, V. – SEDLÁČKOVÁ, A.: *Finančná matematika*. Košice: Technická univerzita Košice 2002.

